**§ 3. ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ ПЕРЕМЕННОЙ МАССЫ (БЕЗ УЧЕТА ВНЕШНИХ СИЛ)**

**Скорость полета ракеты**

**Задача 7**. Ракета с начальной массой *m0* *кг* взлетает с земной поверхности в вертикальном направлении. Газы выбрасываются постоянными долями *а кг/сек* и с постоянной скоростью *b м/сек* относительно ракеты, где а>0 и b>0. Найти скорость ракеты и расстояние, пройденное за время t, не учитывая действия внешних сил на ракету.

Р е ш е н и е. Движение ракеты вызывается реакцией струи раскаленных газов, образованных сгоранием топлива и вытекающих с большой скоростью из отверстия, расположенного в нижней части корпуса ракеты. Ракета несет с собой весь запас топлива, который составляет главную часть переменной массы ракеты.

Извержение массы газа увеличивает скорость ракеты, что дает ей возможность продолжать движение. Для исследования движения ракеты необходимо сначала рассмотреть движение тела с переменной массой.

Согласно второму закону динамики, изменение количества движения пропорционально движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует.

Если *К* — количество движения тела с массой *m*, *F* —действующая сила, то в момент времени *t*

или

*.*

Применим второй закон Ньютона к движению ракеты.

Предположим, что общая масса ракеты в момент времени *t* будет *m*, а в последующий момент времени *t+∆t* — составит *m+∆m* (масса газа, выброшенного за время *∆t*, равна —*∆m*, так как является отрицательной (убывающей) величиной и поэтому *m—(—∆m) =m+∆m)*.

Предположим, что скорость ракеты относительно Земли в момент времени *t* будет равна *v*, а в момент *t+∆t* будет *v+∆v*, и примем вертикальное направление ракеты в качестве положительного.

Выброшенная струя газа будет иметь скорость *v+v1* относительно Земли, где *v1* — отрицательная величина, так что — *v1* представляет действительную величину скорости газа относительно ракеты, которую будем считать постоянной.

Общий момент движения ракеты перед выхлопом газа будет *mv*, а после выхода газа *(m+∆m) (v+∆v)*. Количество движения газа *—∆m(v+v1)*, так что общее количество движения после выхода струи будет *(m+∆m) (v+∆v) — ∆m (v+v1)*.

Изменение количества движения, т. е. общее количество движения после выхода струи газа минус общее количество перед выходом, составит

*(m+∆m)(v+∆v)—∆m(v+ v1)—mv=m∆v— v1∆m+∆m∆v*.

Производная изменения количества движения есть предел изменения количества движения, деленный на *∆t*, когда *∆t🡪 0*, т. е.

*.*

Производная от количества движения тела равна по величине действующей силе F и совпадает с ней по направлению. Поэтому

(1)

Уравнение (1) является исходным уравнением движения ракеты. При отсутствии внешних сил его левая часть *F=0*.

Так как ракета выбрасывает *а кг/сек* газа, то в течение *t сек* она выбросит *at кг/сек*, и поэтому ее масса, спустя *t сек*, составит *m=m0—at*. Скорость газа относительно ракеты дана: *v1= —b*.

Таким образом, на основании уравнения (1) получаем

или

. (2)

Интегрируя уравнение (2), находим

,

откуда

.

Начальное условие: при *t=0 v=0.* Отсюда постоянная интегрирования

*.*

Общее решение уравнения

представляет искомую скорость ракеты.

Пусть *х* — расстояние, измеряемое от поверхности Земли, которое проходит ракета за время *t*. Тогда скорость и, согласно равенству (3), получаем

Интегрируем это уравнение:

Так как

то

(4)

Начальное условие: при *t=0 x=0*. Отсюда и постоянная интегрирования . Подставляя ее в уравнение (4), получаем искомое расстояние

Уравнения (3) и (5) действительны только для , что представляет теоретический предел времени полета. Практический предел значительно меньше теоретического.